

PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA – MIEEC/FEUP

PARTE TEÓRICA — Perguntas de escolha múltipla

1 – Dada a experiência aleatória ε define-se espaço amostral associado a ε como sendo:

- A – O espaço físico onde se realiza a experiência
- B – O conjunto dos resultados mais prováveis de ε
- C – O conjunto de todos os resultados possíveis de ε
- D – Um conjunto de resultados possíveis de ε

2 – Dada a experiência aleatória ε e um espaço amostral S associado a ε , a probabilidade do evento A é

- A – A frequência relativa de ocorrência de A em n repetições de ε
- B – A frequência relativa de ocorrência de A em n repetições independentes de ε
- C – A frequência relativa de ocorrência de A em n repetições independentes de ε quando n for grande
- D – Um número $P(A)$ associado a A tal que i) $0 \leq P(A) \leq 1$; ii) $P(S)=1$; iii) se $A \cap B = \{\}$ então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

3 – Uma partição do espaço amostral S é:

A - Um conjunto de eventos $B_1, \dots, B_n$ tal que $\bar{B}_i = \bigcup_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n B_j$, $P(B_i) > 0$, para qualquer

$$i=1, \dots, n \text{ e } \sum_{i=1}^n P(B_i) = 1$$

B - Um conjunto de eventos $B_1, \dots, B_n$ tal que $\bigcup_{i=1}^n B_i = S$

C - Um conjunto de eventos mutuamente exclusivos de S

D - Um conjunto de eventos $B_1, \dots, B_n$ tal $P(B_1) + \dots + P(B_n) = 1$

4 - Dada a experiência aleatória ε e um espaço amostral S associado a ε , uma variável aleatória é

- A – Uma função que associa um número real a cada resultado de S
- B – Uma variável que tome todos os valores possíveis de S
- C – É a distribuição de probabilidades de S
- D – É o conjunto de todos os resultados possíveis de ε .

5 – O valor esperado duma variável aleatória discreta X é

- A – A média aritmética de todos os resultados possíveis
- B – A média de todos os resultados possíveis pesada pelas respectivas probabilidades de ocorrência
- C – O valor mais provável de X
- D – É a média aritmética dos resultados após a realização de n experiências independentes

- 6 – A função geradora de momentos $M_X(t)$ de uma variável aleatória X com função de densidade de probabilidade $f(x)$
- A – É uma entidade teórica sem qualquer utilidade pois é demasiado complicada
 - B – Só serve para se calcular os momentos de ordem n de X
 - C – Permite calcular coeficientes de correlação
 - D – É definida como $E(e^{tx})$.
- 7 – Se $X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2)$ e $Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$ forem variáveis aleatórias independentes com funções de densidade de probabilidade $f(x)$ e $g(y)$, respectivamente, então, o integral de convolução das funções f e g será a função de densidade de probabilidade de uma variável aleatória $Z = X + Y$ com
- A – Uma distribuição $\chi^2(2)$
 - B – Uma distribuição $N(\mu_X + \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} \mu_Y, \sigma_X \sigma_Y \frac{\mu_X}{\mu_Y})$
 - C – Uma distribuição $N(\mu_X + \mu_Y, \sigma_X^2 + \sigma_Y^2)$
 - D – Uma distribuição sem qualquer designação especial
- 8 – Se p for a probabilidade de ocorrência dum evento A numa experiência ε então o número de ocorrências de A em n repetições independentes de ε tem
- A – Uma distribuição de Poisson com $\alpha=np$
 - B – Uma distribuição de Pascal com parâmetros n e p
 - C – Uma distribuição Hipergeométrica
 - D – Uma distribuição binomial com parâmetros p e n
- 9 – Num processo de Poisson em que a probabilidade de n ocorrências de A num intervalo de tempo de largura t é dada por
- $$p_t(n) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^n}{n!}$$
- o parâmetro λ é
- A – O valor esperado do número de ocorrências de A
 - B – O valor esperado da frequência de ocorrências de A
 - C – O valor esperado do período de ocorrências de A
 - D – Um número sem qualquer significado físico.
- 10 – O parâmetro μ da função de densidade de probabilidade $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\left(\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)}$ de uma distribuição normal é o valor de x
- A – Em que $f(x)$ é máximo
 - B – Em que $\frac{df}{dx}$ é máximo
 - C – Em que a função de distribuição acumulada é máxima
 - D – Em que $f(x)$ é mínimo
- 11 – Diz-se que uma variável aleatória Z tem distribuição normal reduzida quando
- A – Tiver uma distribuição normal com $E(Z)=0$ e $V(Z)=1$
 - B – Tiver uma distribuição normal truncada para $|z| > \mu + \sigma$
 - C – Tiver uma distribuição normal com valor esperado nulo
 - D – Tiver uma distribuição normal com variância unitária

12 – A lei dos grandes números diz-nos que a frequência relativa de ocorrência dum evento A em n repetições numa experiência

- A – É igual à probabilidade de ocorrência de A numa experiência
- B – Converge deterministicamente para a probabilidade de ocorrência de A numa experiência
- C – Converge em probabilidade para a probabilidade de ocorrência de A numa experiência
- D – A partir de um número muito grande de experiências é igual à probabilidade de ocorrência de A numa experiência

13 – Uma amostra aleatória numa variável aleatória X é

- A – Um conjunto de variáveis aleatórias com a mesma distribuição de X
- B – Um conjunto de variáveis aleatórias independentes com a mesma distribuição de X
- C – Um conjunto de valores possíveis de X
- D – Um conjunto de variáveis aleatórias independentes com o mesmo valor esperado de X

14 – Se $[\mu_{\min}, \mu_{\max}]$ for um intervalo com 95% de confiança para um parâmetro μ então

- A – $\mu_{\max} - \mu_{\min} = 0.05\mu$.
- B – A probabilidade de uma estimativa de μ estar contida neste intervalo é de 0,95
- C – Se fixarmos $\mu_{\min}$ e $\mu_{\max}$, em 95% das experiências μ mantém-se dentro deste intervalo
- D – A probabilidade deste intervalo conter μ é de 0,95

15 – Num teste de hipóteses o erro de tipo I é o erro que se pode cometer quando

- A – Se aceita a hipótese nula
- B – Se rejeita a hipótese nula
- C – A hipótese alternativa é verdadeira
- D – Só se conhece a distribuição da estatística de teste no caso da hipótese nula ser verdadeira.

16 – Seja $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ uma amostra aleatória retirada de uma população contínua qualquer, com parâmetros μ_X e σ_X^2 e considere o seguinte estimador para o valor médio dessa população:

$$\hat{\mu} = 0,4X_1 + aX_3 + 0,3X_5 + 0,2X_n$$

- A – Este estimador é não enviesado, qualquer que seja o valor do parâmetro $a \in \mathbb{R}$.
- B – Este estimador é não enviesado para $a = -0,9$.
- C – Este estimador é enviesado, qualquer que seja o valor do parâmetro $a \in \mathbb{R}$.
- D – Este estimador é não enviesado para $a = 0,1$.

17 – Considere o seguinte processo estocástico:

$$X(\xi, t) = \sin(2\pi t + \xi), \quad t \in [0, +\infty[\text{ e } \xi \sim U(0, 2\pi).$$

Então podemos concluir que:

- | | |
|--|---|
| A – $f_{X(t)}(x) = 1/\left(\pi\sqrt{1-x^2}\right)$. | B – $f_{X(t)}(x) = 1/\left(2\pi\sqrt{1-x^2}\right)$. |
| C – $f_{X(t)}(x) = 0$. | D – $f_{X(t)}(x) = 2/\left(\pi\sqrt{1-x^2}\right)$. |

18 – Dados uma experiência aleatória ϵ e um espaço amostral S associado a ϵ , a designação de evento restringe-se

- A – Aos resultados mais prováveis
- B – A todos os conjuntos de resultados possíveis incluindo o conjunto vazio
- C – A todos resultados individuais possíveis
- D – A todos os resultados que não puderem ocorrer simultaneamente.

19 – Dois eventos E e F são mutuamente exclusivos se e só se

- A – Forem independentes um do outro
- B – $P(E \cup F) = 1$
- C – Definirem uma partição do espaço amostral
- D – Não puderem ocorrer simultaneamente

20 – Dados dois eventos E e F então, pelo teorema de Bayes:

$$A - P(F|E) = \frac{P(E|F)P(F)}{P(E)}$$

$$B - P(F|E) = \frac{P(E|\bar{F})P(\bar{F})}{P(E)}$$

$$C - P(F|E) = \frac{P(E \cap \bar{F})}{P(E)}$$

$$D - P(F|E) = \frac{P(E|F)P(F) + P(E|\bar{F})P(\bar{F})}{P(E)}$$

21 – Dois eventos E e F são independentes quando

- A – Podem ocorrer simultaneamente
- B – Não podem ocorrer simultaneamente
- C – $P(E \cup F) = P(E) + P(F)$
- D – $P(E \cap F) = P(E)P(F)$

22 – Dados uma experiência aleatória ϵ , um espaço amostral S associado a ϵ , e uma variável aleatória X definida em S com contradomínio R_X , diz-se que dois eventos $E \subset S$ e $F \subset R_X$ são equivalentes se e só se

- A – $P(E) = P(F)$
- B – Ocorrerem sempre simultaneamente
- C – $P(E|F) = 1$
- D – $P(E \cup F) = P(E)$

23 – Uma variável aleatória é discreta se o seu contradomínio for

- A – Um conjunto numerável
- B – Um conjunto limitado superiormente
- C – Um conjunto compacto
- D – Um conjunto limitado superiormente ou inferiormente

24 – Se X for uma variável aleatória contínua com contradomínio R_X e se $F \subset R_X$ então $P(F) = 0$ significa que

- A – F tem que ser um conjunto vazio
- B – F não pode estar contido em R_X
- C – F pode ser um conjunto constituído por um único ponto de R_X
- D – F nunca pode ocorrer

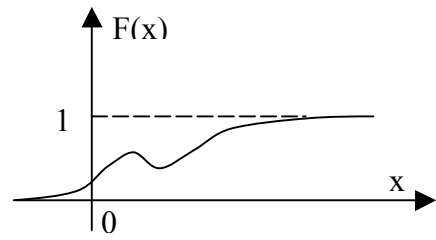
25 – A função $F(x)$ representada na figura

A – Pode ser uma função de probabilidade acumulada porque tende para zero quando $x \rightarrow -\infty$, tende para 1 quando $x \rightarrow +\infty$ e é não negativa.

B – Não pode ser uma função de probabilidade acumulada porque $\int_{-\infty}^{+\infty} F(x)dx$ não existe (é infinito)

C – Não pode ser uma função de probabilidade acumulada porque existe um troço em que é decrescente

D – Pode ser uma função de probabilidade acumulada pois trata-se de uma função contínua



26 – A desigualdade de Tchebycheff permite-nos concluir que

A – Quanto mais pequena for a variância de uma variável aleatória menor será o seu valor esperado.

B – O valor esperado de uma variável aleatória é sempre inferior ao da sua variância.

C – Quanto mais pequena for a variância de uma variável aleatória maior será a concentração da sua distribuição de probabilidade em torno do valor esperado.

D – Não existe qualquer relação entre a média e a variância de uma variável aleatória

27 – Se X for uma variável aleatória contínua com contradomínio R_X e função de densidade de probabilidade $f(x)$ então a função de densidade de probabilidade de $Y=X^2$ será

$$g(y)=f(\sqrt{y})\frac{1}{2\sqrt{y}}$$

A – Qualquer que seja R_X

B – Quando $R_X=[-\infty, a]$, $a < 0$

C – Quando $R_X=[-a, a]$, $a > 0$

D – Quando $R_X=[a, +\infty]$, $a > 0$

28 – Duas variáveis aleatórias contínuas X e Y com funções de densidade de probabilidade $g(x)$ e $h(y)$, respectivamente, são independentes se e só se

A – O coeficiente de correlação ρ_{XY} for nulo

B – $E(X|Y)=E(X)$

C – $E(X|Y)=E(X)$ e $E(Y|X)=E(Y)$

D – A função de densidade de probabilidade conjunta $f(x,y)=g(x)h(y)$

29 – Se p_1 , p_2 e p_3 forem as probabilidades de ocorrência numa experiência ε dos eventos mutuamente exclusivos A_1 , A_2 e A_3 , respectivamente, então o número de ocorrências de A_2 em n repetições independentes de ε tem uma distribuição

A – Binomial com parâmetros p_2 e n

B – Multinomial com parâmetros p_1 , p_2 , p_3 e n

C – Geométrica com parâmetros p_2 e n

D – Distribuição de Poisson com parâmetro $\alpha=np_2$

30 – O parâmetro σ da função de densidade de probabilidade $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$ numa

distribuição normal é o valor da distância a μ dos pontos em que

A – $f(x)$ é máximo

B – $\frac{df}{dx}$ é máximo ou mínimo

C – A função de distribuição acumulada é máxima

D – $f(x)$ é mínimo

31 – Uma estimativa numa variável aleatória X é

A – Um conjunto de variáveis aleatórias com a mesma distribuição de X

B – O valor de um estimador pontual da amostra aleatória de X

C – Um conjunto de variáveis aleatórias independentes com a mesma distribuição de X

D – Um conjunto de variáveis aleatórias gaussianas que pretende descrever X

32 – Os testes de hipóteses determinam

A – Se a hipótese nula é verdadeira ou falsa

B – A probabilidade da hipótese nula ser verdadeira

C – Se existe evidência ou não para se rejeitar a hipótese nula

D – Se a hipótese alternativa é mais ou menos provável.

33 - Seja $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ uma amostra aleatória retirada de uma população contínua qualquer, com parâmetros μ_X e σ_X^2 e considere o seguinte estimador para o valor médio dessa população:

$$\hat{\mu} = 0,4X_1 + 0,1X_3 + 0,3X_5 + 0,2X_n$$

A – $V(\hat{\mu}) = 1$.

B – $V(\hat{\mu}) = \sigma_X^2$.

C – $V(\hat{\mu}) = \sigma_X^2/n$.

D – $V(\hat{\mu}) = 0,3\sigma_X^2$.

34 – Os estimadores obtidos pelo método de estimação de Máxima Verosimilhança são

A – em geral não consistentes

B – não-enviesados

C – eficientes

D – tendem a ser não-enviesados e consistentes à medida que as dimensões das amostras crescem.

35 – Um processo estocástico em sentido lato

A – tem $E[X(t)] = 0$

B – tem $E[X(t)] = \mu$ e tem $E[X(t_1)X(t_2)] = R_X(t_2 - t_1) = R_X(\tau)$

C – tem $E[X(t)] = \mu$ e tem $E[X(t_1)X(t_2)] = R_X(t_1, t_2)$

D – é estacionário de 2ª ordem.